

УДК 517.93

Автоматическая генерация сложных пространственных траекторий БПЛА и синтез управлений

Ткачев С. Б.¹, Крищенко А. П.¹,
Канатников А. Н.^{1,*}

[*skipper@bmstu.ru](mailto:skipper@bmstu.ru)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Предложены метод и алгоритмы генерации сложных пространственных траекторий летательных аппаратов, проходящих через заданную последовательность путевых точек в трехмерном пространстве. Для расчетов используется шестимерная модель летательного аппарата, в которой состояние объекта описывается координатами центра масс и траекторными координатами. Управлениями служат продольная и поперечная перегрузки, а также угол наклона вектора поперечной перегрузки, условно называемый углом крена. Для полученной пространственной траектории рассчитываются программное и нелинейное стабилизирующее управления. Эффективность разработанных алгоритмов подтверждается результатами компьютерного моделирования.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, автоматическое управление, сложная пространственная траектория, автоматическая генерация траектории, программное движение, нелинейная стабилизация

Введение

Для беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) можно выделить ряд задач, связанных с планированием и реализацией сложных пространственных движений, которые в последние годы привлекают большое внимание. К этому ряду относится задача нахождения допустимого пути летательного аппарата в трехмерном пространстве, огибающего статические препятствия, а также связанные с ней задачи путевой и траекторной стабилизации.

Задача построения допустимого пути в пространстве решается, как правило, в два этапа. На первом этапе формируется набор точек в пространстве, заданных своими координатами. Для решения этой задачи используют различные алгоритмы на графах [1–3], методы случайных деревьев [4,5], а также множество других методов (см. обзор [6], а

также работы [7-9]). Отметим также метод планирования траектории для летательных аппаратов военного назначения, в котором учитываются различные риски [10].

На втором этапе по сформированному набору путевых точек в трехмерном пространстве строится параметрическая кривая требуемой степени гладкости [11-13], которая и рассматривается в качестве пути следования летательного аппарата.

Реализация движения вдоль построенного пути в пространстве осуществляется в рамках задач путевой или траекторной стабилизации. Эти задачи различаются тем, что при путевой стабилизации не контролируется время движения по траектории, а само движение планируется, как правило, с постоянной скоростью.

В рамках задачи путевой стабилизации большое внимание уделяется плоскому движению. Обзор основных подходов для случая плоских путей можно найти в [14]. Отметим, что многие алгоритмы, приведенные в [14], могут быть обобщены и на общий, неплоский случай.

Задача прокладки допустимой траектории отличается от задачи прокладки пути временной привязкой: нужно обеспечить пролет путевых точек в заданные моменты времени. Такую задачу часто называют задачей прокладки 4D-траектории. При наличии дополнительных условий в путевых точках, например, значении модуля вектора скорости или другой величины) говорят о 5D-траекториях. Наличие дополнительных условий существенно усложняет задачу.

Заметим, что и задача стабилизации движения по заданной программной траектории для нелинейных систем требует применения более сложных техник [15,16] по сравнению с задачей путевой стабилизации.

При заданной пространственной траектории расчет управлений можно проводить на основе метода обратных задач динамики с привлечением современных дифференциально-геометрических методов нелинейной теории управления.

Работа организована следующим образом. В первом разделе приведена базовая модель движения летательного аппарата и получен ее канонический вид. Во втором разделе обсуждается метод построения сегментов траектории с использованием полиномов от времени, а также возможности, связанные с переходом к новой независимой переменной – полной механической энергии. Рассматриваются алгоритмы, позволяющие обеспечить выполнение ограничений на переменные состояния и управление. В третьем разделе обсуждается метод решения задачи автоматического построения сложной пространственной траектории и приводится пример.

1. Базовая модель БПЛА

Для решения задачи будем использовать шестимерную модель движения летательного аппарата, которая представляет собой систему уравнений движения его центра масс, записываемую с использованием траекторной системы координат [17]:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= (n_x - \sin \theta)g, & \dot{H} &= V \sin \theta, \\
\dot{\theta} &= \frac{(n_y \cos \gamma - \cos \theta)g}{V}, & \dot{L} &= V \cos \theta \cos \psi, \\
\dot{\psi} &= -\frac{n_y g \sin \gamma}{V \cos \theta}, & \dot{Z} &= -V \cos \theta \sin \psi.
\end{aligned}
\tag{1}$$

Здесь V — путевая скорость; θ — угол наклона траектории; ψ — угол курса; H — высота; L — продольная дальность; Z — боковая дальность; n_x — продольная перегрузка; n_y — поперечная перегрузка; γ — угол крена; g — ускорение свободного падения. Продольная дальность L , высота H и боковая дальность Z представляют собой координаты положения центра масс БПЛА в нормальной земной системе координат. В качестве управлений рассматриваются перегрузки n_x , n_y и угол крена γ (рис. 1).

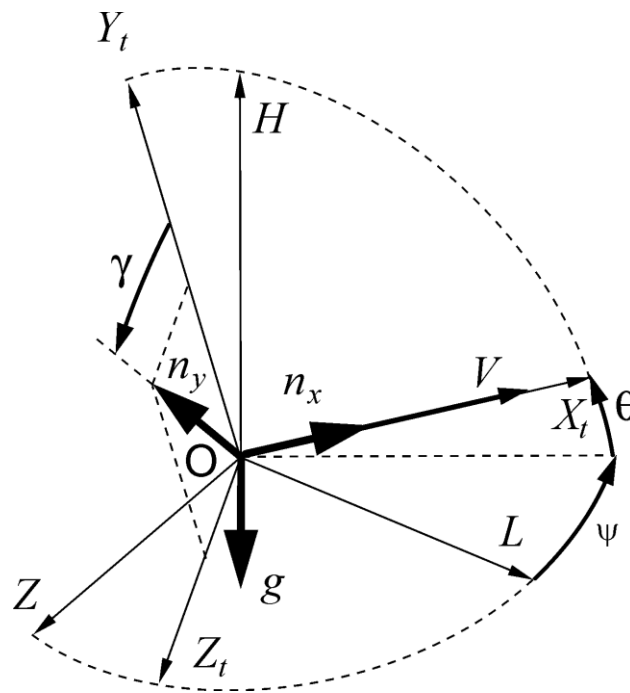


Рис. 1. Траекторная система координат.

После замены в системе (1) управлений

$$v_1 = n_x, \quad v_2 = n_y \cos \gamma, \quad v_3 = n_y \sin \gamma
\tag{2}$$

получаем аффинную (т.е. линейную по управлениям) систему из шести уравнений с тремя управлениями:

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= -g \sin \theta + g v_1, & \dot{H} &= V \sin \theta, \\
\dot{\theta} &= -\frac{\cos \theta}{V} g + \frac{g}{V} v_2, & \dot{L} &= V \cos \theta \cos \psi, \\
\dot{\psi} &= -\frac{g}{V \cos \theta} v_3, & \dot{Z} &= -V \cos \theta \sin \psi,
\end{aligned} \tag{3}$$

которую в дальнейшем и будем использовать. Новые управления будем называть виртуальными. Отметим, что из соотношений (2) по виртуальным управлениям можно однозначно найти исходные с учетом ограничения $|\gamma| < \pi$. Далее будем рассматривать траектории, которые могут быть реализованы с помощью управлений, удовлетворяющих ограничению $|\gamma| < \frac{\pi}{2}$. Также потребуем, чтобы переменные состояния находились в заданных диапазонах изменения:

$$\begin{aligned}
V &\in [V_{\min}, V_{\max}], \\
|\theta| &< \frac{\pi}{2}, \quad \theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}], \quad \psi \in [\psi_{\min}, \psi_{\max}], \\
H &\in [H_{\min}, H_{\max}], \quad L \in [L_{\min}, L_{\max}], \quad Z \in [Z_{\min}, Z_{\max}].
\end{aligned} \tag{4}$$

Аналогичные ограничения накладываются и на управления:

$$|\gamma| < \gamma_{\max}, \quad n_{x,\min} \leq n_x \leq n_{x,\max}, \quad n_{y,\min} \leq n_y \leq n_{y,\max}, \tag{5}$$

Для нелинейных динамических систем известен метод стабилизации программных движений, основанный на приведении системы к каноническому виду [15]. Этот метод не связан с рассмотрением систем линейного приближения в окрестности программной траектории, что позволяет реализовать быстрый алгоритм вычисления стабилизирующего управления.

Для преобразования системы (3) к каноническому виду воспользуемся функциями $y_1 = H$, $y_2 = L$, $y_3 = Z$. Продифференцировав их в силу системы (3), находим

$$\dot{y}_1 = V \sin \theta, \quad \dot{y}_2 = V \cos \theta \cos \psi, \quad \dot{y}_3 = -V \cos \theta \sin \psi.$$

Система уравнений

$$\begin{aligned}
y_1 &= H, \\
y_2 &= L, \\
y_3 &= Z, \\
\dot{y}_1 &= V \sin \theta, \\
\dot{y}_2 &= V \cos \theta \cos \psi, \\
\dot{y}_3 &= -V \cos \theta \sin \psi
\end{aligned}$$

определяет в области $V > 0$, $|\theta| < \frac{\pi}{2}$, $|\psi| < \pi$ гладкую невырожденную замену переменных, поскольку старые переменные однозначно выражаются через новые:

$$\begin{aligned}
H &= y_1, \\
L &= y_2, \\
Z &= y_3, \\
V &= \sqrt{\dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{y}_3^2}, \\
\theta &= \arcsin \frac{\dot{y}_1}{\sqrt{\dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2 + \dot{y}_3^2}}, \\
\psi &= -\operatorname{atan} 2(\dot{y}_2, \dot{y}_3).
\end{aligned} \tag{5a}$$

Здесь $\operatorname{atan} 2(x, y)$ — функция, значение z которой определяется соотношениями

$$\cos z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \sin z = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

В новых переменных получим систему канонического вида

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_1 &= -g + v_1 g \sin \theta + v_2 g \cos \theta, \\
\ddot{y}_2 &= v_1 g \cos \theta \cos \psi - v_2 g \sin \theta \cos \psi + v_3 g \sin \psi, \\
\ddot{y}_3 &= -v_1 g \cos \theta \sin \psi + v_2 g \sin \theta \sin \psi + v_3 g \cos \psi.
\end{aligned} \tag{6}$$

Эта система записана в специальной форме: исключены переменные состояния $\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3$, а в правой части использованы исходные переменные состояния, которые рассматриваются как функции новых переменных в соответствии с формулами (5a).

2. Построение сегментов траектории

Построение фрагментов траектории, соединяющих соседние путевые точки (далее сегментов траектории) представляет собой двухточечную задачу. Ее решение зависит от имеющихся данных, важнейшим из этих данных является время перелета.

Рассмотрим случай, когда время перелета для данного сегмента координаты путевых точек и интервал времени, в течение которого должен быть осуществлен перелет на сегменте. Дополнительно в путевых точках могут быть известны значения других переменных состояния, а также значения управлений. Задание таких условий означает, что для координатных функций $H(t)$, $L(t)$, $Z(t)$ известны значения производных первого и второго порядков в граничных точках t_0 и t_* временного интервала, а построение пространственной траектории означает выбор трех функций, определенных на промежутке $[t_0, t_*]$ и удовлетворяющих заданным граничным условиям. Эти функции можно выбрать в классе полиномов пятой степени. Подробное решение этой задачи приведено в [18].

В случае, когда граничные условия заданы не все, решение может быть построено путем доопределения недостающих условий и сведения задачи к случаю полного набора граничных условий. Выбор недостающих граничных условий может диктоваться

требуемым поведением БПЛА в путевых точках или доопределяться в соответствии с некоторыми правилами. Например, можно принять $n_x = 0$, $n_y = 1$ и $\gamma = 0$. Пример траектории приведен на рис. 2.

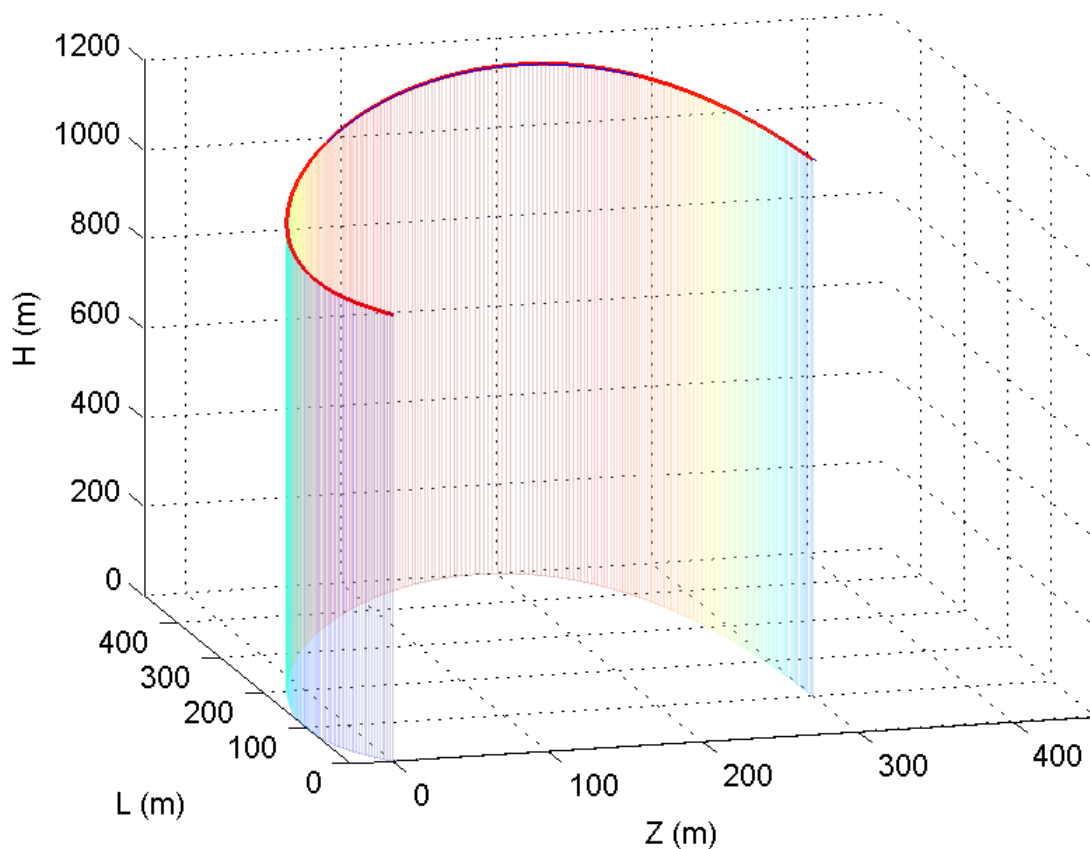


Рис. 2. t -параметрическая траектория, задающая разворот

Если программная траектория выбрана, управления, с помощью которых реализуется эта траектория, определяются однозначно, т.е. однозначно определяется программное движение. Выбор же программной траектории однозначно определяется тремя функциями $H(t)$, $L(t)$, $Z(t)$, удовлетворяющими заданным граничным условиям.

Отметим, что в описанном порядке построения программного движения не учтены ограничения (4), (5) на переменные состояния и управления. Проверку этих ограничений можно осуществить путем численного моделирования, состоящего в численном интегрировании системы (1) при заданных программном или стабилизирующем управлении. Отметим, что использование стабилизирующего управления в численном моделировании является предпочтительным, поскольку позволяет применять интегрирование с достаточно большим шагом, а отклонения, возникающие при этом из-за вычислительных погрешностей, парируются за счет стабилизации. Стабилизирующее управление также позволяет компенсировать и незначительные нарушения ограничений, наложенных на управления. На рис. 3 видно, что расчетное программное значение угла γ

на короткий период времени превышает предельное значение 60° . Выбрано предельное значение угла, что приводит к отклонению от программного движения на некотором интервале времени. Однако стабилизирующие свойства управления приводят к тому, что в течение некоторого времени это отклонение устраняется.

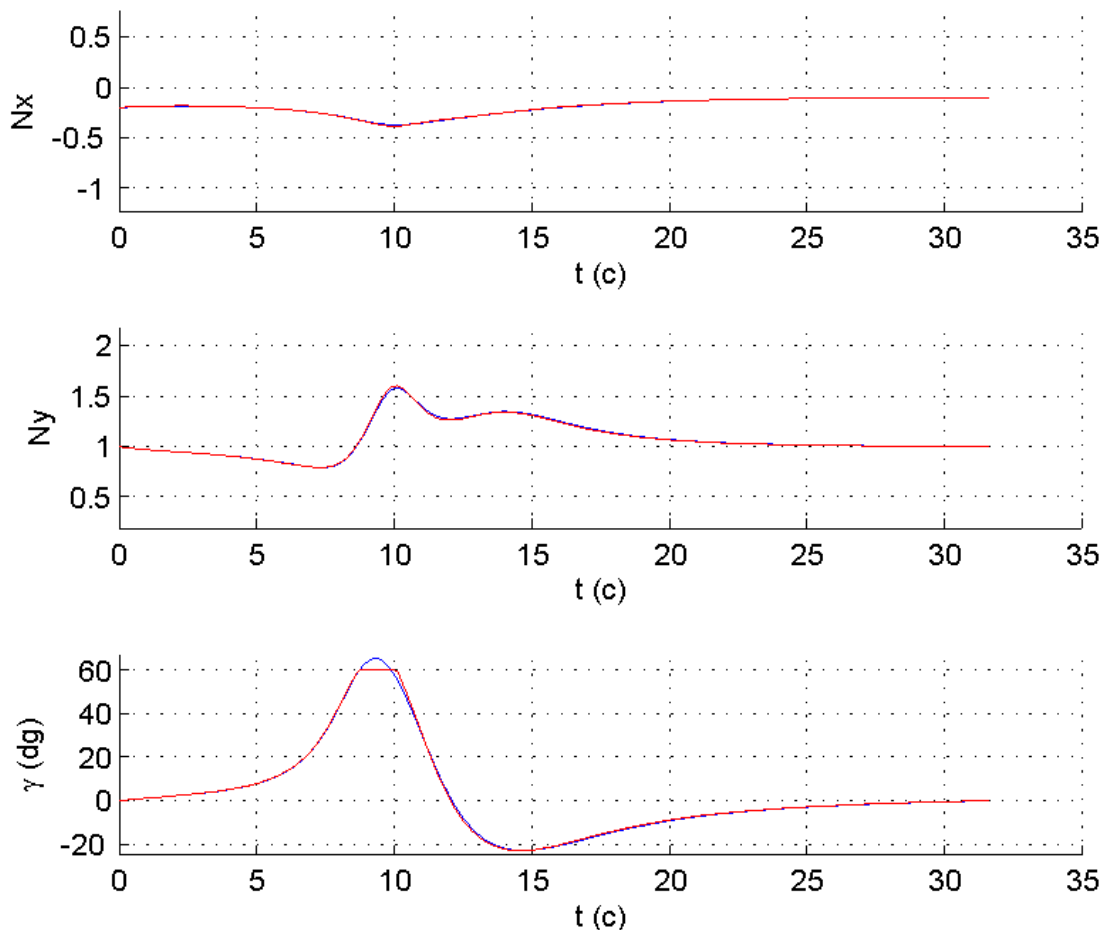


Рис. 3. Программные и расчетные управления

Если программное движение не удовлетворяет заданным ограничениям на переменные состояния, необходимо модифицировать программную траекторию, принимая специальные меры. Например, можно вводить дополнительные путевые точки, которые меняют траекторию и тем самым позволяют выдержать требуемые ограничения. Примеры реализации указанного подхода будут приведены в разделе 3.

Отметим, что программная траектория может выбираться в различных классах функций. Если класс функций достаточно широк и выбор траектории с учетом граничных условий неоднозначен, возникает задача оптимального выбора по какому-либо критерию. В качестве подобного класса функций можно выбрать полиномы высоких степеней [19]. Оптимизационный подход может применяться и в том случае, когда допустимо варьировать время движения.

Если для данного сегмента время движения не задано, для построения программного движения можно использовать подход, основанный на использовании в качестве независимой переменной нормированной полной механической энергии [20, 21]

$$E = H + \frac{V^2}{2g}. \quad (7)$$

Этот подход приводит к построению траекторий, вдоль которых полная энергия системы изменяется монотонно. Для существования таких траекторий необходимо и достаточно, чтобы граничные условия на сегменте должны быть согласованы: значения продольной перегрузки в концах сегмента, если они заданы, должны иметь одинаковый знак [20]. Это вытекает из соотношений

$$\frac{dE}{dt} \Big|_{(1)} = Vn_x = Vv_1 \quad (8)$$

и условия монотонности E как независимой переменной.

В результате перехода к новой независимой переменной E система дифференциальных уравнений изменится и примет следующий вид:

$$\begin{aligned} V' &= \frac{(v_1 - \sin \theta)g}{Vv_1}, & H' &= \frac{\sin \theta}{v_1}, \\ \theta' &= \frac{(v_2 - \cos \theta)g}{V^2v_1}, & L' &= \frac{\cos \theta \cos \psi}{v_1}, \\ \psi' &= -\frac{v_3g}{V^2v_1 \cos \theta}, & Z' &= -\frac{\cos \theta \sin \psi}{v_1}, \end{aligned} \quad (9)$$

где штрих обозначает дифференцирование по переменной E .

Программную траекторию можно представить в виде трех функций $H(E)$, $L(E)$, $Z(E)$, определенных на отрезке $[E_0, E_*]$ или $[E_*, E_0]$ (в зависимости от того, какое из значений E_0 и E_* меньше, а какое больше). Значения фазовых переменных, известные в концах сегмента, с помощью уравнений (9) трансформируются в значения E_0 и E_* независимой переменной на концах сегмента, а также значения функций $H(E)$, $L(E)$, $Z(E)$ и их производных при $E = E_0$ и $E = E_*$.

Таким образом, выбор пространственной траектории сводится к выбору функций $H(E)$, $L(E)$, $Z(E)$, определенных на известном отрезке $[E_0, E_*]$ или $[E_*, E_0]$ и удовлетворяющих соответствующим граничным условиям. Эти функции могут быть выбраны в классе полиномов пятой степени.

Если функции $H(E)$, $L(E)$, $Z(E)$ выбраны, то связь между энергией E и временем t устанавливается с помощью дифференциального уравнения

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\delta_E \sqrt{2g(E - H(E))}}{\sqrt{(H'(E))^2 + (L'(E))^2 + (Z'(E))^2}},$$

где $\delta_E = \text{sign}(E_* - E_0)$. Эта связь позволяет рассматривать функции $H(E)$, $L(E)$, $Z(E)$ как функции времени. В результате мы получаем программную траекторию, управления для ее реализации могут быть получены так же, как и в случае t -параметрических траекторий.

Отметим, что, как и в случае t -параметрических траекторий, нужна дополнительная проверка ограничений (4), (5) на переменные состояния и управление, которую можно осуществить путем моделирования процесса движения.

Ограничением на применение метода E -параметрических траекторий являются условия согласования, нарушение которых означает, что траекторий с монотонным изменением не существует. В этом случае можно использовать расширенный вариант метода, приведенный в [22].

3. Построение сложной пространственной траектории

Если в каждой путевой точке P_i известен полный вектор состояния БПЛА, т.е. в этой точке кроме ее координат H_i , L_i , Z_i известны углы θ_i , ψ_i и путевая скорость V_i , то задачу построения маршрута следования можно решать последовательно от сегмента к сегменту, причем тип параметризации сегмента можно выбирать в зависимости от того, известно время перелета или нет. Отметим, что на всех сегментах, кроме первого, известен вектор состояния в стартовой точке сегмента — в силу расчетов, выполненных на предыдущем сегменте. Однако в конечной точке сегмента данные могут быть неполными.

Рассмотрим задачу, в которой исходными данными являются:

- последовательность путевых точек, заданных своими координатами H_i , L_i и Z_i , $i = \overline{0, n}$;
- для каждой путевой i -й точки значения углов θ_i , ψ_i , $i = \overline{0, n}$, а также либо время ее прохождения t_i или путевая скорость V_i в ней (один из этих показателей);
- в начальной точке и путевая скорость V_0 , и время t_0 начала движения.

Проектирование такой составной траектории будем проводить последовательно. Выполнение ограничений на переменные состояния и управления будем проверять в ходе моделирования.

Рассмотрим задачу построения траектории на i -м сегменте между путевыми точками P_{i-1} и P_i . При последовательном построении сложной траектории мы уже имеем фрагмент траектории от начальной точки P_0 до точки P_{i-1} , так что в начальной точке

известны значения всех переменных состояния, управлений и время t_{i-1} прохождения этой точки. В точке P_i возможны два варианта: а) известно время прохождения t_i , но не известна величина путевой скорости V_i ; б) известна путевая скорость V_i , но не известно время прохождения t_i . В обоих случаях в конце сегмента не известны значения управлений.

Если имеет место первый случай, в качестве значения V_i используем расчетное согласно формуле

$$V_i = \frac{L_i}{t_i - t_{i-1}},$$

где L_i — расстояние между точками P_{i-1} и P_i . Таким образом, в качестве конечной на сегменте выбирается средняя скорость при условии движения по прямой. Значения управлений в конечной точке сегмента также рассчитываем по правилам

$$\gamma_i = 0, \quad (n_x)_i = \sin \mathcal{G}_i, \quad (n_y)_i = \cos \mathcal{G}_i. \quad (10)$$

Расчетные значения позволяют построить t -параметрическую траекторию на участке от P_{i-1} до P_i с помощью полиномов пятой степени.

Если же имеет место второй случай, то, рассчитав по формулам (10) значения управлений в конечной точке, можем построить E -параметрическую траекторию в виде полиномов пятой степени, зависящих от энергии.

Описанный алгоритм является базовым. Отметим, что он может привести к тому, что траектория, построенная для текущего сегмента, будет приводить к нарушению ограничений (4), (5) на переменные состояния и управлений. Для расширения возможностей базового алгоритма можно включать в него некоторые дополнительные правила, позволяющие расширить области применимости алгоритма. Например, если E -параметрическая траектория, выбранная для текущего сегмента, оказывается неудачной с точки зрения ограничений, можно рассмотреть вариант с t -параметрической траекторией, взяв в качестве времени прохождения конца сегмента расчетное согласно формуле

$$t_i = \frac{L_i}{V_i}.$$

Есть также алгоритм модификации E -параметрической траектории путем включения в последовательность путевых точек одной или нескольких дополнительных, особым образом рассчитанных [22].

Пример построенной многозвенной траектории приведен на рис. 4. Первый и последний сегменты построены с использованием t -параметризации, а второй и третий — с использованием E -параметризации.

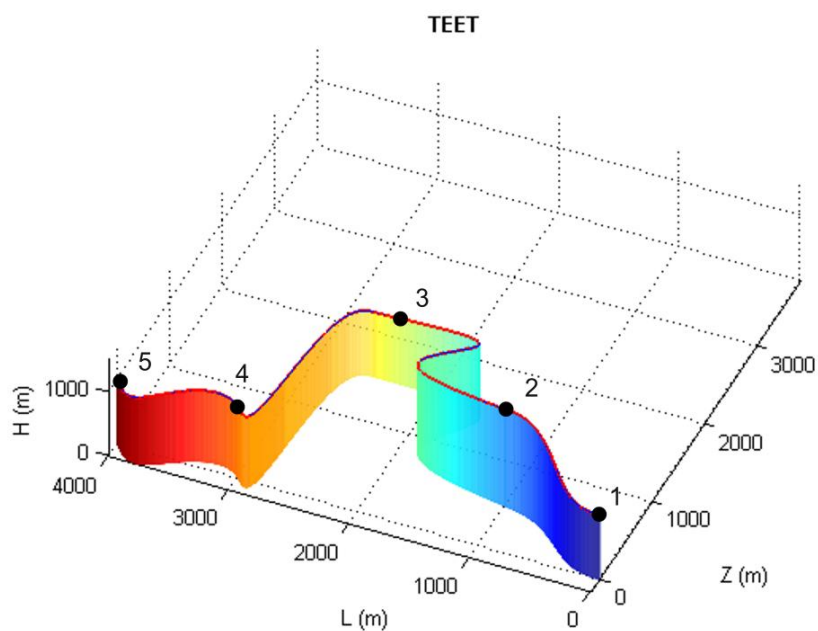


Рис. 4. Сложная траектория, состоящая из четырех сегментов

На рис. 5 приведена замкнутая пространственная траектория, при построении которой использованы не только приведенные выше методы и алгоритмы, но и заранее рассчитанная база типовых маневров (горизонтальных поворотов на заданный угол, смены эшелона при различном соотношении высот и различных скоростях, участки горизонтального полета и т.д.). Использование данного подхода для маневров в вертикальной плоскости обсуждается в [23].

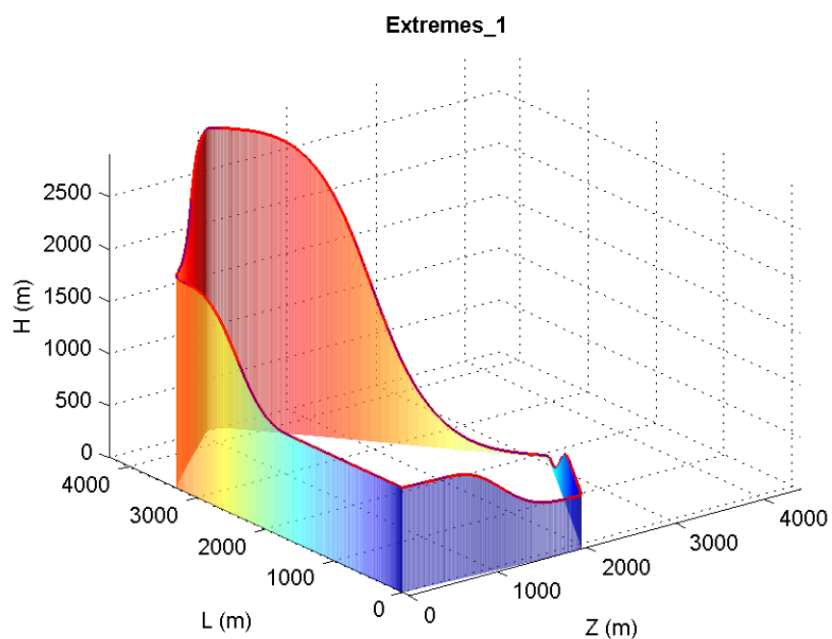


Рис. 5. Траектория, в которую включены участки типовых маневров

Заключение

Комбинирование t -параметрических и E -параметрических кривых позволяет конструировать сложные пространственные траектории движения БПЛА с различными вариантами условий прохождения путевых точек. Некоторые эвристические приемы расчета неизвестных параметров позволяют заметно усилить возможности базового алгоритма.

Предложенные алгоритмы не требуют для своей реализации больших вычислительных ресурсов, что позволяет включать их в бортовые системы планирования и управления движением БПЛА в режиме реального времени.

В то же время, благодаря использованию нелинейной модели движения и современных методов управления нелинейными динамическими системами, получаемое стабилизирующее управление имеет большую область устойчивости, что позволяет компенсировать ошибки управления, связанные с неточностью выполнения команд, а также с запаздыванием органов управления.

Работа частично поддержана грантом РФФИ, проект 15-07-06484а.

Список литературы

1. Яковлев К.С., Баскин Е.С. Графовые модели в задаче планирования траектории на плоскости // Искусственный интеллект и принятие решений. 2013. № 1. С. 5-12.
2. De Luca F., Guglieri G. Advanced Graph Search Algorithms for Path Planning of Flight Vehicles // In: Recent Advances in Aircraft Technology / edited by R. Agarwal. InTech, 2012. P. 157-192. DOI: [10.5772/37033](https://doi.org/10.5772/37033)
3. Алдошин Д.В. Планирование пространственных маршрутов для БПЛА с использованием поиска на графах // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электр. журнал. 2013. № 2. Режим доступа: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/551948.html> (дата обращения 01.05.2015).
4. LaValle S.M. Motion Planning // IEEE Robotics & Automation Magazine. 2011. Vol. 18, no. 1. P. 79-89. DOI: [10.1109/MRA.2011.940276](https://doi.org/10.1109/MRA.2011.940276)
5. Lee D., Shim D.H. RRT-Based Path Planning for Fixed-Wing UAVs with Arrival Time and Approach Direction Constraints // Proc. of 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), Orlando, FL, USA, May 27-30, 2014. P. 317-328.
6. De Filippis L., Guglieri G., Quagliotti F. Path Planning Strategies for UAVS in 3D Environments // Journal of Intelligent and Robotic Systems. 2012. Vol. 65, no. 1-4. P. 247-264. DOI: [10.1007/s10846-011-9568-2](https://doi.org/10.1007/s10846-011-9568-2)
7. Kamyar K., Taheri E. Aircraft Optimal Terrain/Threat-Based Trajectory Planning and Control // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2014. Vol. 37, no. 2. P. 466-483. DOI: [10.2514/1.61339](https://doi.org/10.2514/1.61339)

8. Williams P. Three-Dimensional Aircraft Terrain-Following via Real-Time Optimal Control // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2012. Vol. 30, no. 4. P. 1201-1206. DOI:[10.2514/1.29145](https://doi.org/10.2514/1.29145)
9. Malaek S., Kosari A. Novel Minimum Time Trajectory Planning in Terrain Following Flights // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2007. Vol. 43, no. 1. P. 2-12. DOI:[10.1109/TAES.2007.357150](https://doi.org/10.1109/TAES.2007.357150)
10. Zhan W., Wang W., Chen N., Wang Ch. Efficient UAV Path Planning with Multiconstraints in a 3D Large Battlefield Environment // Mathematical Problems in Engineering. 2014. Vol. 2014. Article ID 597092. DOI: [10.1155/2014/597092](https://doi.org/10.1155/2014/597092)
11. Bestaoui Y. 3D flyable curves for an autonomous aircraft // 9th International Conference on Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences (ICNPAA 2012), Vienna, Austria, July 2012, Vol. 1493. P. 132-139. DOI: [10.1063/1.4765481](https://doi.org/10.1063/1.4765481)
12. Shanmugavel M., Tsourdos A., White B.A., Zbikowski R. Differential Geometric Path Planning of Multiple UAVs // Trans. ASME. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control. 2005. Vol. 129, no. 5. P. 620-632. DOI:[10.1115/1.2767657](https://doi.org/10.1115/1.2767657)
13. Pan J., Zhang Liangjun, Manocha D. Collision-free and smooth trajectory computation in cluttered environments // The International Journal of Robotics Research. 2012. Vol. 31, no. 10. P. 1155-1175. DOI:[10.1177/0278364912453186](https://doi.org/10.1177/0278364912453186)
14. Sujit P.B., Saripalli S., Sousa J.B. Unmanned Aerial Vehicle Path Following: A Survey and Analysis of Algorithms for Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles // IEEE Control System Magazine. 2014. Vol. 34, no. 1. P. 42-59. DOI: [10.1109/MCS.2013.2287568](https://doi.org/10.1109/MCS.2013.2287568)
15. Крищенко А.П. Стабилизация программных движений нелинейных систем // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1985. № 6. С. 108-112.
16. Крищенко А.П. Синтез алгоритмов терминального управления для нелинейных систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 1994. № 1. С. 48-57.
17. Горбатенко С.А., Макашов Э.М., Полушкин Ю.Ф., Шефтель А.В. Механика полета: Справочник. М.: Машиностроение, 1989. 420 с.
18. Канатников А.Н., Шмагина Е.А. Задача терминального управления движением летательного аппарата // Нелинейная динамика и управление: сб. ст. Вып. 7 / под ред. С.В. Емельянова, С.К. Коровина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. С. 79-94.
19. Велищанский М.А. Синтез квазиоптимальной траектории движения беспилотного летательного аппарата // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электр. журнал. 2013. № 12. С. 417-430. DOI: [10.7463/1213.0646471](https://doi.org/10.7463/1213.0646471)
20. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Терминальное управление пространственным движением летательных аппаратов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. № 5. С. 51-64.
21. Крищенко А.П., Канатников А.Н., Ткачев С.Б. К задаче построения траектории и управления движением летательных аппаратов // Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах. 2010. Т. 16, № 2 (34). С. 88-103.

22. Канатников А.Н. Построение траекторий летательных аппаратов с немонотонным изменением энергии // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электр. журнал. 2013. № 4. С. 107-122. DOI: [10.7463/0413.0554666](https://doi.org/10.7463/0413.0554666)
23. Канатников А.Н., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Допустимые пространственные траектории беспилотного летательного аппарата в вертикальной плоскости // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электр. журнал. 2012. № 3. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/367724.html> (дата обращения 01.05.2015).

Automatic Generation of Complex Spatial Trajectories of the UAV and Synthesis of Control

S.B. Tkachev¹, A.P. Krishchenko¹,

[*skipper@bmstu.ru](mailto:skipper@bmstu.ru)

A.N. Kanatnikov^{1,*}

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: UAV, automatic control, spatial flight trajectory, automatic trajectory generation, programmed motion, nonlinear stabilization

In this paper, we propose a new method and algorithms that allow us to design complex spatial trajectories for an unmanned aerial vehicle (UAV) passing through a given sequence of waypoints in the three-dimensional space.

The nonlinear six-dimensional model of the UAV center-of-mass motion given in the trajectory frame is used for calculations. The state vector includes the altitude, the along-track deviation, the cross-track position, the velocity, the flight-path angle and the heading angle. The longitudinal and transverse overloads and the angle between the cross overload vector and vertical plane are considered as controls. This angle is often named as the roll angle.

The feature of the problem is that both positions at waypoints and additional conditions are given. These conditions determine orientation of the velocity vector at each point (using the flight path angle and the heading angle). We also set either the point-visiting time or the point-visiting velocity. The full state vector and controls are fixed at the starting waypoint.

To construct a spatial trajectory, the concept of inverse dynamics problems is applied, as well as modern results of mathematical control theory of nonlinear dynamical systems. The introduction of new virtual controls allows us to represent the original system as an affine (linear in control) system. Then, the designed system is converted into the regular canonical form.

When we set flight times between any two waypoints, the corresponding segments of the trajectory are designed using time-dependent polynomials of the fifth degree. These polynomials specify the altitude variation, the variation of the along-track deviation and that of the cross-track position. If the point-visiting times are not fixed, the transition to a new independent variable (the normalized mechanical energy of the system) is used. This transition is possible if the energy varies monotonically. In this case, the spatial trajectory is defined as a function of energy. The full trajectory is assembled from the separated segments which have various types of parameterization.

Programmed and nonlinear stabilizing controls are calculated for the designed spatial trajectory. The efficiency of the developed algorithms is shown using computer simulations.

References

1. Yakovlev K.S., Baskin E.S. Graph models for solving 2D path finding problems. *Iskusstvennyi intellekt i prinyatie reshenii = Artificial intelligence and decision making*, 2013, no. 1, pp. 5-12. (in Russian).
2. De Luca F., Guglieri G. Advanced Graph Search Algorithms for Path Planning of Flight Vehicles. In: Agarwal R., ed. *Recent Advances in Aircraft Technology*. InTech, 2012, pp. 157-192. DOI: [10.5772/37033](https://doi.org/10.5772/37033)
3. Aldoshin D.V. Spatial planning of routes for UAVs using search on graphs. *Molodezhnyi nauchno-tekhnicheskii vestnik MGTU im. N.E. Baumana = Youth Science and Technology Herald of the Bauman MSTU*, 2013, no. 2. Available at: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/551948.html> , accessed 01.05.2015. (in Russian).
4. LaValle S.M. Motion Planning. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2011, vol. 18, no. 1, pp. 79-89. DOI: [10.1109/MRA.2011.940276](https://doi.org/10.1109/MRA.2011.940276)
5. Lee D., Shim D.H. RRT-Based Path Planning for Fixed-Wing UAVs with Arrival Time and Approach Direction Constraints. *Proc. of 2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, Orlando, FL, USA, May 27-30, 2014, pp. 317-328.
6. De Filippis L., Guglieri G., Quagliotti F. Path Planning Strategies for UAVS in 3D Environments. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2012, vol. 65, no. 1-4, pp. 247-264. DOI: [10.1007/s10846-011-9568-2](https://doi.org/10.1007/s10846-011-9568-2)
7. Kamyar K., Taheri E. Aircraft Optimal Terrain/Threat-Based Trajectory Planning and Control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, vol. 37, no. 2, pp. 466-483. DOI: [10.2514/1.61339](https://doi.org/10.2514/1.61339)
8. Williams P. Three-Dimensional Aircraft Terrain-Following via Real-Time Optimal Control. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, vol. 30, no. 4, pp. 1201-1206. DOI: [10.2514/1.29145](https://doi.org/10.2514/1.29145)
9. Malaek S., Kosari A. Novel Minimum Time Trajectory Planning in Terrain Following Flights. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, vol. 43, no. 1, pp. 2-12. DOI: [10.1109/TAES.2007.357150](https://doi.org/10.1109/TAES.2007.357150)
10. Zhan W., Wang W., Chen N., Wang Ch. Efficient UAV Path Planning with Multiconstraints in a 3D Large Battlefield Environment. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, vol. 2014, article ID 597092. DOI: [10.1155/2014/597092](https://doi.org/10.1155/2014/597092)
11. Bestaoui Y. 3D flyable curves for an autonomous aircraft. *9th International Conference on Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences (ICNPAA 2012)*, Vienna, Austria, July 2012. Vol. 1493, pp.132-139. DOI: [10.1063/1.4765481](https://doi.org/10.1063/1.4765481)
12. Shanmugavel M., Tsourdos A., White B.A., Zbikowski R. Differential Geometric Path Planning of Multiple UAVs. *Trans. ASME. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 2005, vol. 129, no. 5, pp. 620-632. DOI: [10.1115/1.2767657](https://doi.org/10.1115/1.2767657)

13. Pan J., Zhang Liangjun, Manocha D. Collision-free and smooth trajectory computation in cluttered environments. *The International Journal of Robotics Research*, 2012, vol. 31, no. 10, pp. 1155-1175. DOI:[10.1177/0278364912453186](https://doi.org/10.1177/0278364912453186)
14. Sujit P.B., Saripalli S., Sousa J.B. Unmanned Aerial Vehicle Path Following: A Survey and Analysis of Algorithms for Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles. *IEEE Control System Magazine*, 2014, vol. 34, no. 1, pp. 42-59. DOI: [10.1109/MCS.2013.2287568](https://doi.org/10.1109/MCS.2013.2287568)
15. Krishchenko A.P. Stabilization of program motions of nonlinear systems. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*, 1985, no. 6, pp. 108-112. (in Russian).
16. Krishchenko A.P. Synthesizing a terminal control algorithm for nonlinear systems. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 1994, no. 1, pp. 48-57. (English version of journal: *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 1995, vol. 33, iss. 4, pp. 43-52.).
17. Gorbatenko S.A., Makashov E.M., Polushkin Yu.F., Sheftel' A.V. *Mekhanika poleta: Spravochnik* [Flight Mechanics: Handbook]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989. 420 p. (in Russian).
18. Kanatnikov A.N., Shmagina E.A. Terminal control problem of flying vehicle motion. *Nelineinaya dinamika i upravlenie: sb. st. Vyp. 7* [Nonlinear dynamics and control: collected articles. Iss. 7]. Moscow, Phismatlit Publ., 2010, pp. 79-94. (in Russian).
19. Velishchanskiy M.A. Synthesis of quasi-optimal trajectory of an unmanned aerial vehicle. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 12, pp. 417-430. DOI: [10.7463/1213.0646471](https://doi.org/10.7463/1213.0646471) (in Russian).
20. Kanatnikov A.N., Krishchenko A.P. Terminal control of spatial motion of flying vehicles. *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya*, 2008, no. 5, pp. 51-64. (English version of journal: *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, vol. 47, iss. 5, pp. 718-731. DOI: [10.1134/S1064230708050055](https://doi.org/10.1134/S1064230708050055)).
21. Krishchenko A.P., Kanatnikov A.N., Tkachev S.B. Building trajectory and control for flying vehicles. *Problemy nelineinogo analiza v inzhenernykh sistemakh = Problems of nonlinear analysis in engineering systems*, 2010, vol. 16, no. 2 (34), pp. 88-103. (in Russian).
22. Kanatnikov A.N. Design of aircraft trajectories with non-monotonic change in energy. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 4, pp. 107-122. DOI: [10.7463/0413.0554666](https://doi.org/10.7463/0413.0554666) (in Russian).
23. Kanatnikov A.N., Krishchenko A.P., Tkachev S.B. Admissible Spatial Trajectories of the Unmanned Aerial Vehicle in the Vertical Plane. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*. 2012, no. 3. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/367724.html> , accessed 01.05.2015. (in Russian).