

УДК 517.977

Отслеживание программного изменения углового положения квадрокоптера

Глазков Т. В.^{1,*}, Голубев А. Е.¹

* t.glazkov@bk.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Статья посвящена задаче отслеживания программного изменения углового положения квадрокоптера с учетом заданного времени переходного процесса и величины перерегулирования. Летательный аппарат рассматривается как абсолютно твердое тело с шестью степенями свободы. Для синтеза нелинейного управления применяются методы линеаризации обратной связью и обхода интегратора без предположения о малости углов Эйлера — Крылова. В статье приведены результаты численного моделирования замкнутой системы и экспериментального полета квадрокоптера Parrot Rolling Spider.

Ключевые слова: квадрокоптер; стабилизация; метод линеаризации обратной связью; метод обхода интегратора; моделирование; управление

Введение

Процессам автоматического управления беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) в последнее время уделяется большое внимание [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. Эти устройства способны выполнять широкий спектр задач. Например, в гражданских целях БПЛА применяются для аэрофотосъемки и инспектирования конструкций, для опрыскивания полей в сельском хозяйстве и оказания помощи в поисково-спасательных операциях. В военной сфере их используют для поражения различных целей, а также в разведывательной деятельности.

Одним из наиболее распространенных представителей БПЛА является квадрокоптер — летательный аппарат с четырьмя несущими винтами, для которого актуальна задача стабилизации движения вдоль заданной траектории.

Известны различные подходы к решению задач управления квадрокоптером [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Самым распространенным и универсальным способом стабилизации является применение ПИД-регулятора и его разновидностей [3, 4]. В работе [5] рассматривается оптимальный нелинейный контроллер, а в [6] предлагается алгоритм на основе адаптивной

нейронной сети. Стабилизирующее управление БПЛА мультироторного типа также можно получить с помощью метода динамической обратной связи [7].

В настоящей статье рассмотрена более подробная, чем в работах [10, 15], модель движения квадрокоптера, а именно без допущений, связанных с малостью углов рыскания, тангажа и крена. Одними из наиболее известных методов нелинейной стабилизации являются линеаризация обратной связью [11] и обход интегратора [12]. Метод обхода интегратора позволяет эффективно решать задачи стабилизации при наличии неопределенностей в системе. Однако, при синтезе обратной связи с использованием обхода интегратора остается актуальным вопрос, как обеспечить требуемое качество переходных процессов в замкнутой системе. В настоящей работе приведено решение данной задачи на примере отслеживания заданного (программного) изменения углового положения квадрокоптера.

В разделе 1 описывается нелинейная модель движения квадрокоптера в углах Крылова и формулируется задача угловой стабилизации с учетом желаемых показателей качества переходного процесса. В разделах 2 и 3 осуществлен синтез законов управления при помощи метода линеаризации обратной связью и метода обхода интегратора соответственно. В разделе 4 представлены результаты численного моделирования замкнутой управлением системы и экспериментальные данные полета квадрокоптера Parrot Rolling Spider со стабилизирующими алгоритмами, полученными в данной работе.

1. Модель движения квадрокоптера и постановка задачи

Квадрокоптер, согласно работам [3, 13], рассматривается как абсолютно твердое тело с шестью степенями свободы, три из которых соответствуют поступательному движению, остальные три — вращательному.

Поступательное движение описывается в неподвижной системе отсчета $OXYZ$, связанной с Землей, координатами центра масс квадрокоптера x, y, z . Ось OZ направлена вертикально вверх противоположно вектору силы тяжести. Оси OX, OY и OZ ортогональны между собой и образуют правую тройку векторов. Ускорение квадрокоптера в неподвижной системе координат (НСК) возникает за счет изменения направления и модуля вектора суммарной силы тяги F_T , формируемой вращением четырех винтов. На рис. 1 изображены оси НСК, направления вращения винтов квадрокоптера и углы Крылова, которые будут определены далее.

Уравнения движения центра масс квадрокоптера записываются с помощью второго закона Ньютона следующим образом [3]:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_g + R\mathbf{F}_T, \quad (1)$$

где m — масса квадрокоптера; $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ — радиус-вектор центра масс, записанный в НСК; $\mathbf{F}_g = (0, 0, -mg)^T$ — вектор силы тяжести; $\mathbf{F}_T = (0, 0, T)^T$ — вектор силы тяги, записанный в подвижной системе координат (ПСК); R — матрица перехода из НСК в ПСК.

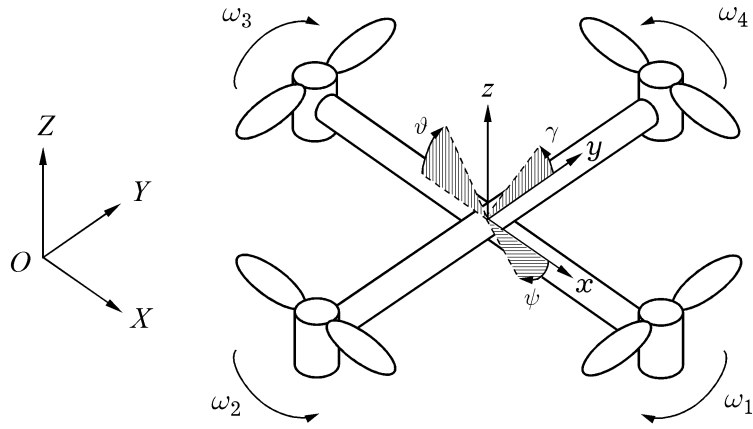


Рис. 1. Схематическое изображение квадрокоптера

Неподвижная система отчета $OXYZ$ может быть преобразована в систему отчета, связанную с квадрокоптером, тремя поворотами: вокруг вертикальной оси OZ на угол рыскания ψ , затем вокруг оси OY_1 (OY_1 — новое положение оси OY после поворота вокруг оси OZ) на угол тангажа ϑ и, наконец, вокруг оси OX_2 на угол крена γ , где OX_2 — новое положение оси OX после поворота системы отчета $OXYZ$ на углы рыскания и тангажа. Матрицу перехода R можно найти как произведение трех матриц поворота R_ψ , R_ϑ и R_γ . Здесь

$$R_\psi = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_\vartheta = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & 0 & -\sin \vartheta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \vartheta & 0 & \cos \vartheta \end{pmatrix}, \quad R_\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix},$$

$$R = R_\psi \cdot R_\vartheta \cdot R_\gamma = \begin{pmatrix} c_\psi c_\vartheta & -c_\psi s_\vartheta s_\gamma - s_\psi c_\gamma & -c_\psi s_\vartheta c_\gamma + s_\psi s_\gamma \\ s_\psi c_\vartheta & -s_\psi s_\vartheta s_\gamma + c_\psi c_\gamma & -s_\psi s_\vartheta c_\gamma - c_\psi s_\gamma \\ s_\vartheta & c_\vartheta s_\gamma & c_\vartheta c_\gamma \end{pmatrix},$$

где $s_{(\cdot)}$ и $c_{(\cdot)}$ — синусы и косинусы соответствующих углов.

Пусть $\boldsymbol{\eta} = (\psi, \vartheta, \gamma)^\top$ — вектор трех углов Крылова, $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^\top$ — вектор угловой скорости вращения ПСК относительно НСК. Тогда кинематические уравнения вращения твердого тела можно записать так [14]:

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\vartheta} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \frac{1}{\cos \vartheta} \begin{pmatrix} 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \\ 0 & -\cos \gamma \cos \vartheta & \sin \gamma \cos \vartheta \\ \cos \vartheta & -\sin \gamma \sin \vartheta & -\cos \gamma \sin \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = C\boldsymbol{\omega}, \quad (2)$$

а уравнения динамики Эйлера — так:

$$I\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times I\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}, \quad (3)$$

где I — матрица инерции; \mathbf{M} — внешний вращающий момент.

Стандартной моделью зависимости силы тяги от угловой скорости i -го винта является выражение $f_i = k\Omega_i^2$, где k — коэффициент пропорциональности, отражающий особенности

винтов [3, 13]. Тогда, формула для суммарной силы тяги четырех роторов T принимает вид

$$T = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = k(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2). \quad (4)$$

Компоненты вектора момента \mathbf{M} внешних вращающих сил записываются следующим образом [9]:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k(\Omega_2^2 - \Omega_4^2)l \\ k(\Omega_3^2 - \Omega_1^2)l \\ b/k(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где b — некоторый коэффициент пропорциональности; l — расстояние от центра масс до оси вращения винтов квадрокоптера. Далее будем считать, что управляющими воздействиями являются сила тяги T и координаты M_x , M_y , M_z внешнего вращающего момента. Тогда необходимые угловые скорости вращения винтов Ω_i определяются как решение системы линейных алгебраических уравнений (4)–(5):

$$\begin{pmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{k} \begin{pmatrix} 1/4 & 0 & -1/2l & k^2/4b \\ 1/4 & 1/2l & 0 & -k^2/4b \\ 1/4 & 0 & 1/2l & k^2/4b \\ 1/4 & -1/2l & 0 & -k^2/4b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}.$$

Таким образом, уравнения движения центра масс (1), кинематические и динамические уравнения Эйлера (2)–(3) образуют следующую математическую модель движения квадрокоптера в углах Крылова:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}, \\ m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}_g + R\mathbf{F}_T, \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} = C\boldsymbol{\omega}, \\ I\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{M} - \boldsymbol{\omega} \times I\boldsymbol{\omega}. \end{cases} \quad (6)$$

где $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$ — вектор линейной скорости.

Система (6) представляет собой 12-мерную аффинную стационарную систему с векторным управлением $(T, M_x, M_y, M_z) \in \mathbb{R}^4$.

В данной работе осуществлен синтез стабилизирующего управления $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega})$, при котором отслеживается заданное (программное) изменение углового положения квадрокоптера $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}_0(t)$ с учетом желаемых показателей качества переходного процесса:

$$\begin{cases} |\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_0(t)| \rightarrow \mathbf{0} \text{ при } t \rightarrow +\infty; \\ |\boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_0(t)| \leq \Delta_n \text{ при } t \geq t_n; \\ \left| \frac{e_{\max}}{\boldsymbol{\eta}_0(t)} \right| \cdot 100\% \leq \sigma \text{ при } t > 0, \end{cases}$$

где $\Delta_n = \delta_n |\boldsymbol{\eta}_0(t_n)|$ — радиус окрестности установившейся угловой траектории (положительное число δ_n определяет размер окрестности); t_n — время переходного процесса; $e_{\max} = |\boldsymbol{\eta}_{\max} - \boldsymbol{\eta}_0(t)|$ — максимальное отклонение от заданного углового положения; σ — величина перерегулирования.

2. Метод линеаризации обратной связи

Для синтеза управления угловым положением квадрокоптера сначала воспользуемся методом линеаризации обратной связью [11, 14].

Вращательное движение твердого тела вокруг центра масс описывается 6-мерной аффинной стационарной системой с векторным управлением $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)^T \in \mathbb{R}^3$:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\eta}} = C\boldsymbol{\omega}, \\ I\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{M} - \boldsymbol{\omega} \times I\boldsymbol{\omega}. \end{cases} \quad (7)$$

В переменных $\mathbf{z}_1 = \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_0(t)$ и $\mathbf{z}_2 = \dot{\boldsymbol{\eta}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_0(t)$ система (7) примет вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_2, \\ \dot{\mathbf{z}}_2 = \dot{C}\boldsymbol{\omega} + CI^{-1}(\mathbf{M} - \boldsymbol{\omega} \times I\boldsymbol{\omega}) - \ddot{\boldsymbol{\eta}}_0(t), \end{cases} \quad (8)$$

где $\boldsymbol{\omega} = D\mathbf{z}_2 + D\dot{\boldsymbol{\eta}}_0(t)$, $D = C^{-1}$.

Стабилизирующее управление $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\omega})$ выберем следующим образом [14]:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= (D\mathbf{z}_2 + D\dot{\boldsymbol{\eta}}_0(t)) \times I(D\mathbf{z}_2 + D\dot{\boldsymbol{\eta}}_0(t)) + \\ &+ ID[-\dot{C}(D\mathbf{z}_2 + D\dot{\boldsymbol{\eta}}_0(t)) + \ddot{\boldsymbol{\eta}}_0(t) - C_1\dot{\mathbf{z}}_1 - C_2\mathbf{z}_1] = \\ &= \boldsymbol{\omega} \times I\boldsymbol{\omega} + ID[\ddot{\boldsymbol{\eta}}_0(t) - \dot{C}\boldsymbol{\omega} - C_1\dot{\mathbf{z}}_1 - C_2\mathbf{z}_1]. \end{aligned} \quad (9)$$

Замыкая систему (8) управлением (9), получим

$$\ddot{\mathbf{z}}_1 + C_1\dot{\mathbf{z}}_1 + C_2\mathbf{z}_1 = \mathbf{0}, \quad (10)$$

где C_1 и C_2 — матрицы, элементы которых определяют динамику затухания ошибки слежения $\mathbf{z}_1 = \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_0(t)$. Выберем их с помощью метода стандартных полиномов [16], основываясь на заданном времени переходного процесса t_n и величине перерегулирования σ . В качестве типового характеристического полинома рассмотрим полином Ньютона второго порядка

$$Q(\lambda) = \lambda^2 + 2\xi_0\lambda + \xi_0^2, \quad (11)$$

где $\xi_0 = t_n^1/t_n$ — радиус распределения собственных значений; $t_n^1 = 4.8$ с — номинальное время переходного процесса.

Отметим, что использование полинома (11) обеспечивает в замкнутой системе монотонный переходный процесс и отсутствие перерегулирования.

Сравнивая характеристический полином уравнения (10) с (11), получим

$$C_1 = \begin{pmatrix} 2\xi_0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi_0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} \xi_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_0^2 & 0 \\ 0 & 0 & \xi_0^2 \end{pmatrix}.$$

3. Метод обхода интегратора

Далее решим задачу отслеживания заданного (программного) изменения углового положения квадрокоптера при помощи метода обхода интегратора [12]. За счет сравнения с управлением (9), найдем параметры обратной связи, обеспечивающие требуемое качество переходного процесса.

Метод обхода интегратора основан на пошаговом построении функции Ляпунова замкнутой системы [12]. Рассмотрим сначала функцию

$$V_1(z_1) = \frac{1}{2} z_1^T z_1 > 0$$

и введем обозначение $\zeta = z_2 - \alpha(z_1)$, где $\alpha(z_1)$ — некоторая непрерывно дифференцируемая вектор-функция, определяемая далее. Производная по времени функции $V_1(z_1)$ в силу системы (8) имеет вид $\dot{V}_1(z_1) = z_1^T \dot{z}_1 = z_1^T z_2 = z_1^T [\zeta + \alpha(z_1)]$.

Выбрав $\alpha(z_1) = -K_1 z_1$, где $K_1 > 0$ — некоторая постоянная положительно определенная матрица, получим

$$\dot{V}_1(z_1) = z_1^T \zeta - z_1^T K_1 z_1.$$

Чтобы найти стабилизирующее управление M , рассмотрим функцию

$$V_2(z_1, \zeta) = V_1(z_1) + \frac{1}{2} \zeta^T \zeta > 0.$$

Производная по времени функции $V_2(z_1, \zeta)$ в силу системы (8) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(z_1, \zeta) &= \dot{V}_1(z_1) + \zeta^T \dot{\zeta} = z_1^T \zeta - z_1^T K_1 z_1 + \zeta^T \dot{C} [Dz_2 + D\dot{\eta}_0(t)] + \\ &+ \zeta^T C I^{-1} [M - (Dz_2 + D\dot{\eta}_0(t)) \times I(Dz_2 + D\dot{\eta}_0(t))] - \zeta^T \ddot{\eta}_0(t) + \zeta^T K_1 \dot{z}_1. \end{aligned}$$

Обратную связь $M = M(\eta, \omega)$ выберем следующим образом:

$$\begin{aligned} M &= (Dz_2 + D\dot{\eta}_0(t)) \times I(Dz_2 + D\dot{\eta}_0(t)) + \\ &+ ID [\ddot{\eta}_0(t) - \dot{C}(Dz_2 + D\dot{\eta}_0(t)) - K_1 \dot{z}_1 - z_1 - K_2 \zeta] = \\ &= \omega \times I\omega + ID [\ddot{\eta}_0(t) - \dot{C}\omega - (K_1 + K_2) \dot{z}_1 - (E + K_2 K_1) z_1], \quad (12) \end{aligned}$$

где $K_2 > 0$ — некоторая постоянная положительно определенная матрица. Тогда для производной по времени функции $V_2(z_1, \zeta)$ в силу замкнутой системы (8) справедливо

$$\dot{V}_2(z_1, \zeta) = -z_1^T K_1 z_1 - \zeta^T K_2 \zeta < 0.$$

Замыкая систему (8) управлением (12), получаем

$$\ddot{z}_1 + (K_1 + K_2) \dot{z}_1 + (E + K_2 K_1) z_1 = 0, \quad (13)$$

где K_1 и K_2 — матрицы, элементы которых определяют динамику затухания ошибки слежения $z_1 = \eta - \eta_0(t)$. Выберем их, аналогично разделу 2, с помощью метода стандартных полиномов.

Сравнив характеристический полином уравнения (13) с (11), получим систему матричных уравнений

$$\begin{cases} K_1 + K_2 = 2\xi_0 E, \\ E + K_2 K_1 = \xi_0^2 E. \end{cases} \quad (14)$$

После алгебраических преобразований систему (14) можно записать в виде одного уравнения

$$K_1^2 - 2\xi_0 K_1 + (\xi_0^2 - 1)E = 0. \quad (15)$$

Заметим, что уравнение (15) является матричным алгебраическим уравнением Риккати. Одним из его решений является матрица

$$K_1 = \begin{pmatrix} \xi_0 + 1 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_0 + 1 & 0 \\ 0 & 0 & \xi_0 + 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Матрица K_2 определяется из первого уравнения системы (14) и имеет вид

$$K_2 = \begin{pmatrix} \xi_0 - 1 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_0 - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \xi_0 - 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

В обратной связи (12) в качестве матриц K_1 , K_2 коэффициентов усиления выберем матрицы (16) и (17). Тогда замкнутая система (13) переписывается в виде

$$\ddot{z}_1 + 2\xi_0 \dot{z}_1 + \xi_0^2 z_1 = 0.$$

Следовательно, ошибка слежения z_1 асимптотически стремится к нулю с учетом желаемых показателей качества переходного процесса.

Согласно критерию Сильвестра, $K_1 > 0$ при $\xi_0 > 0$, а $K_2 > 0$ при $\xi_0 > 1$. Отметим, что выполнения условия $\xi_0 = t_n^1/t_n > 1$ всегда можно добиться за счет выбора времени переходного процесса t_n .

4. Численное моделирование и эксперимент

Полученные в настоящей работе алгоритмы управления (9) и (12) реализованы с помощью пакета инструментов Rolling Spider MATLAB Toolbox (ROSMAT) [17] на квадрокоптере Parrot Rolling Spider. Аппарат оснащен трехосевыми акселерометром и гироскопом, ультразвуковым датчиком, датчиком давления и камерой с разрешением 160×120 . Связь оператора с квадрокоптером осуществляется через беспроводную сеть Bluetooth. Последовательность действий при работе с пакетом ROSMAT представлена на рис. 2.

В начальный момент времени квадрокоптер находится в точке $r = 0$ с углами Крылова $\eta_0 = 0$. После взлета на высоту $z_1 = 1$ м, начиная с момента времени $t = 5$ с, требуется совершить полный оборот вокруг оси OZ . Затем, при $t \geq 15$ с аппарат должен стабилизироваться в угловом положении $\eta_1 = (2\pi, 0, 0)^T$.

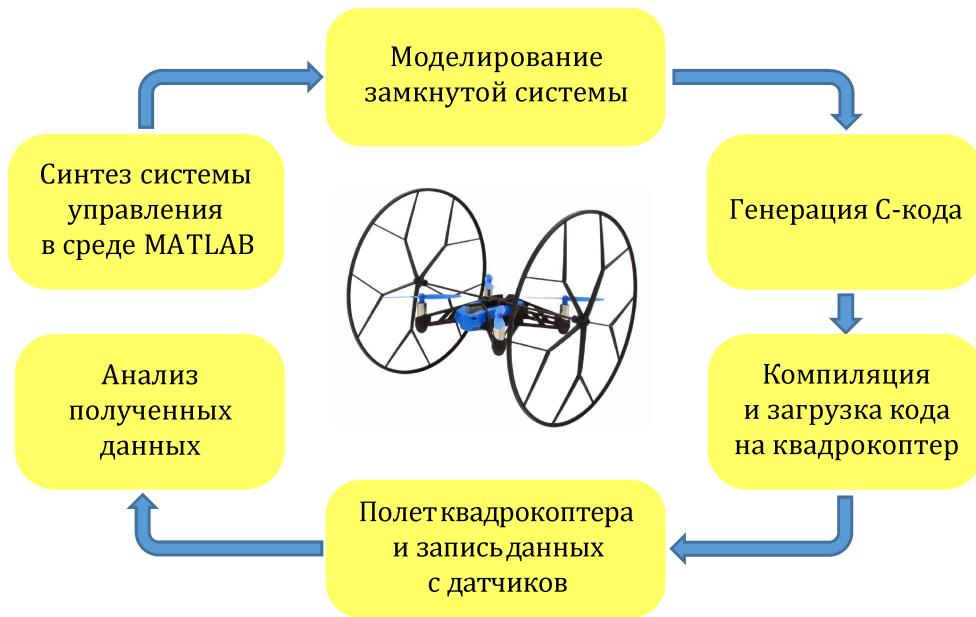


Рис. 2. Этапы работы с пакетом инструментов ROSMAT

Вращение вокруг оси OZ выполняется путем отслеживания следующего программного изменения углового положения квадрокоптера:

$$\eta_0(t) = \left(\frac{\pi t}{5} - \pi, 0, 0 \right)^T, \quad \dot{\eta}_0(t) = \left(\frac{\pi}{5}, 0, 0 \right)^T, \quad \ddot{\eta}_0(t) = (0, 0, 0)^T.$$

Основные параметры квадрокоптера Parrot Rolling Spider и законов управления приведены в табл. 1, 2. Отметим, что в случае совпадения у двух рассматриваемых методов стабилизации желаемых показателей качества, управления (9) и (12) будут одинаковыми. Следовательно, будут совпадать и переходные процессы.

Таблица 1

Параметры квадрокоптера Parrot Rolling Spider [17]

Параметр	m , кг	I_x , Г·м ²	I_y , Г·м ²	I_z , Г·м ²	l	k	b
Значение	0,068	0,0686	0,092	0,1366	0,0624	$4,7200 \cdot 10^{-8}$	$1,1393 \cdot 10^{-10}$

Таблица 2

Параметры законов управления

Линеаризация обратной связью	$t_{\pi} = 0,5$ с, $\xi_0 = 9,6$	$C_1 = \text{diag}(19,2, 19,2, 19,2)$ $C_2 = \text{diag}(92,16, 92,16, 92,16)$
Обход интегратора		$K_1 = \text{diag}(10,6, 10,6, 10,6)$ $K_2 = \text{diag}(8,6, 8,6, 8,6)$

На рис. 3 представлены результаты численного моделирования, выполненного в среде MATLAB, а также данные полета квадрокоптера Parrot Rolling Spider со стабилизирующим алгоритмом (12) на основе метода обхода интегратора.

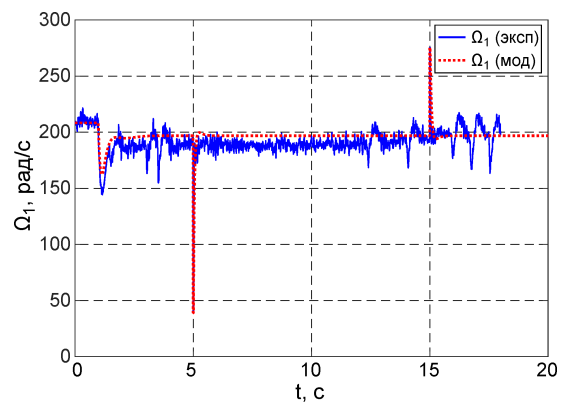
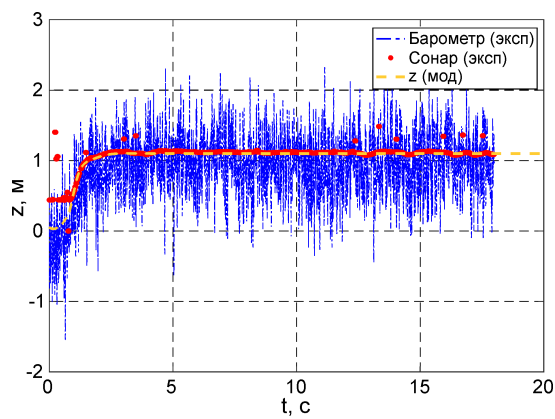
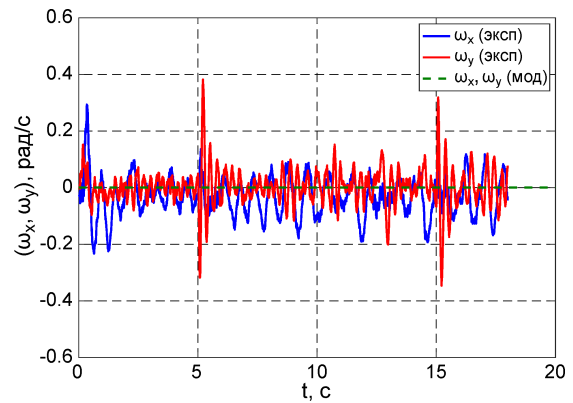
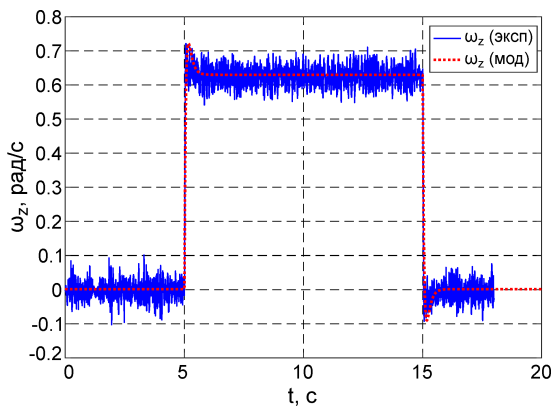
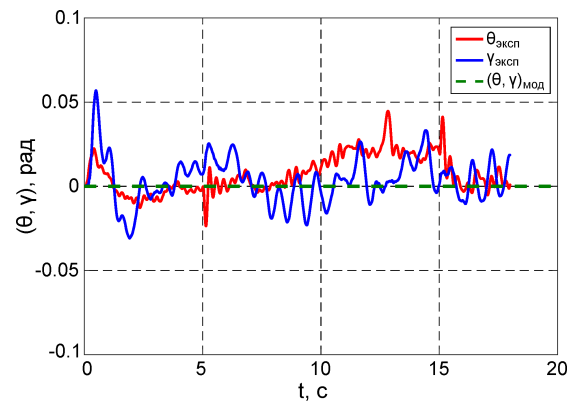
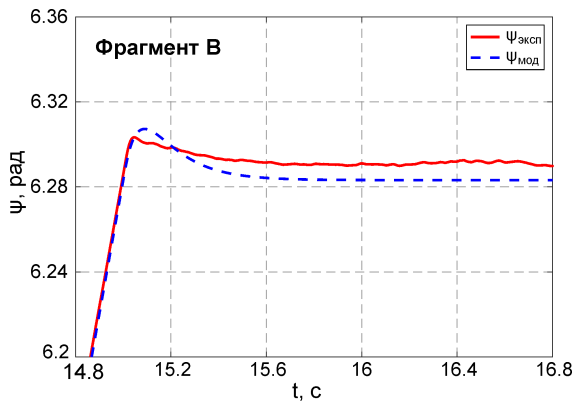
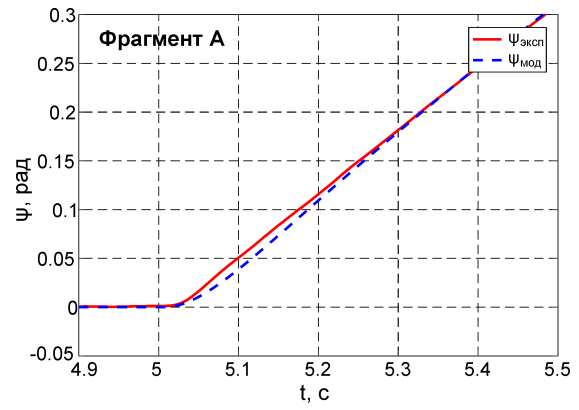
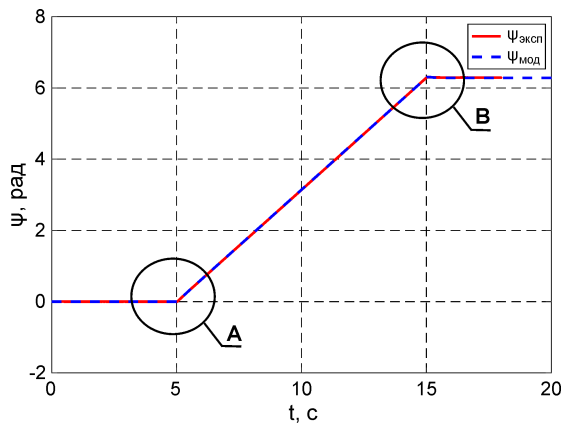


Рис. 3. Результаты численного моделирования замкнутой системы (пунктир) и эксперимента (сплошная линия)

Численное моделирование и эксперименты показали работоспособность полученных законов управления (9) и (12), причем переходные процессы учитывают желаемые показатели качества. Однако отсутствие в математической модели (6) слагаемых, описывающих аэродинамические эффекты, привело в результате экспериментов к неустойчивости полета квадрокоптера около препятствия (воздействие отраженного потока воздуха).

Заключение

В настоящей работе при помощи метода обхода интегратора решена задача угловой стабилизации квадрокоптера с учетом заданного времени переходного процесса и величины перерегулирования. Также приведено решение с использованием линеаризации обратной связи. Законы управления, полученные на основе каждого из рассматриваемых методов стабилизации, могут совпадать. По результатам экспериментов выявлены недостатки рассматриваемой модели движения квадрокоптера и отмечена необходимость учета аэродинамических эффектов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 16-07-00927 и 17-07-00653).

Список литературы

1. Zulu A., John S. A review of control algorithms for autonomous quadrotors // Open J. of Applied Sciences. 2014. Vol. 4, no. 14. Pp. 547–556. DOI: [10.4236/ojapps.2014.414053](https://doi.org/10.4236/ojapps.2014.414053)
2. Bouabdallah S. Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. Ph.D. thesis. Lausanne: Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2007. 127 p.
3. Luukkonen T. Modelling and control of quadcopter. Espoo: School of Science, 2011. 23 p. Режим доступа: http://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluul11_public.pdf (дата обращения 12.06.2017).
4. Naidoo Y., Stopforth R., Bright G. Quad-rotor unmanned aerial vehicle helicopter modelling and control // Intern. J. of Advanced Robotic Systems. 2011. Vol. 8, iss. 4. Pp. 139–149. DOI: [10.5772/45710](https://doi.org/10.5772/45710)
5. Santos O., Romero H., Salazar S., Lozano R. Real-time stabilization of a quad-rotor UAV: Nonlinear optimal and suboptimal control // J. of Intelligent & Robotic Systems. 2013. Vol. 70, iss. 1-4. Pp. 79–91. DOI: [10.1007/s10846-012-9711-8](https://doi.org/10.1007/s10846-012-9711-8)
6. Ющенко А.С., Лебедев К.Р., Забихафар Х. Система управления квадрокоптером на основе адаптивной нейронной сети // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2017. № 7. С. 262–277. DOI: [10.7463/0717.0001282](https://doi.org/10.7463/0717.0001282)
7. Белинская Ю.С., Четвериков В.Н. Управление четырехвинтовым вертолетом. Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. № 5. С. 157–171. DOI: [10.7463/0512.0397373](https://doi.org/10.7463/0512.0397373)

8. Белявский А.О., Томашевич С.И. Синтез адаптивной системы управления квадрокоптером методом пассивации // Управление большими системами. 2016. № 63. С. 155–181.
9. Канатников А.Н., Акопян К.Р. Управление плоским движением квадрокоптера // Математика и математическое моделирование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 2. С. 23–36. DOI: [10.7463/mathm.0215.0789477](https://doi.org/10.7463/mathm.0215.0789477)
10. Гэн К., Чулин Н.А. Алгоритмы стабилизации для автоматического управления траекторным движением квадрокоптера // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 5. С. 218–235. DOI: [10.7463/0515.0771076](https://doi.org/10.7463/0515.0771076)
11. Крищенко А.П. Стабилизация программных движений нелинейных систем // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1985. № 6. С. 108–112.
12. Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. Nonlinear and adaptive control design. N.Y.: Wiley, 1995. 563 p.
13. Chovancová A., Fico T., Chovanec L., Hubinský P. Mathematical Modelling and Parameter Identification of Quadrotor (a survey) // Procedia Engineering. 2014. Vol. 96. Pp. 172–181. DOI: [10.1016/j.proeng.2014.12.139](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.139)
14. Канатников А.Н. Моделирование процессов управления вращением твердого тела // Нелинейная динамика и управление: сб. ст. М.: Физматлит, 2010. Вып. 7. С. 335–348.
15. Гурьянов А.Е. Моделирование управления квадрокоптером // Инженерный вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 8. С. 522–534. Режим доступа: <http://engbul.bmstu.ru/doc/723331.html> (дата обращения 12.06.2017).
16. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы: учеб. пособие. М.; СПб.: Питер, 2005. 333 с.
17. Rolling Spider software package / RollingSpiderEdu MIT_MatlabToolbox. Режим доступа: <https://github.com/Parrot-Developers/RollingSpiderEdu> (дата обращения 12.06.2017).

Angular Position Tracking Control of a Quadcopter

Glazkov T. V.^{1,*}, Golubev A. E.¹

*t.glazkov@bk.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Russia

Keywords: quadcopter, stabilization, feedback linearization, backstepping, simulation; control

The paper dwells on tracking the quad-copter angular position with desired quality parameters of transient processes. The aerial vehicle is considered as a rigid body with six degrees of freedom. A full rigid body quad-copter mathematical model is considered without the assumption of smallness of the Euler angles.

Among the most well known methods of non-linear stabilization are feedback linearization and backstepping. The backstepping approach allows us to have an effective solution of the stabilization problems with uncertainties available in the system. However, in synthesis of the feedback through backstepping, there is still an urgent issue: how to ensure desirable quality of transients in the closed-loop system. The paper presents a solution of this problem using as an example the tracking a given (programmed) change of the angular position of a quad-copter.

The control algorithms obtained in this paper are implemented using the Rolling Spider MATLAB Toolbox (ROSMAT) tool package on the Parrot Rolling Spider quad-copter. A numerical simulation and experiments have shown the efficiency of obtained control laws, with the transient processes taking into account the desired quality indicators. However, the experiments showed that lack of terms in the mathematical model to describe the aerodynamic effects, resulted in the instability of the quad-copter flight near the obstacle (the effect of the reflected airflow).

Further research can be aimed at solving the control problem in question using a mathematical model of the quad-copter motion that takes into account various aerodynamic effects.

One of the potential application areas for the theoretical results, obtained in the paper, is to solve the problems of automatic control of unmanned aerial vehicles.

References

1. Zulu A., John S. A review of control algorithms for autonomous quadrotors. *Open J. of Applied Sciences*, 2014, vol. 4, no. 14, pp. 547–556. DOI: [10.4236/ojapps.2014.414053](https://doi.org/10.4236/ojapps.2014.414053)
2. Bouabdallah S. *Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. Ph.D. thesis*. Lausanne: Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, 2007. 129 p.

3. Luukkonen T. *Modelling and control of quadcopter*. Espoo: School of Science, 2011. 23 p. Available at: http://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluu11_public.pdf, accessed 12.06.2017.
4. Naidoo Y., Stopforth R., Bright G. Quad-rotor unmanned aerial vehicle helicopter modelling and control. *Intern. J. of Advanced Robotic Systems*, 2011, vol. 8, no. 4, pp. 139–149. DOI: [10.5772/45710](https://doi.org/10.5772/45710)
5. Santos O., Romero H., Salazar S., Lozano R. Real-time stabilization of a quad-rotor UAV: Nonlinear optimal and suboptimal control. *J. of Intelligent & Robotic Systems*, 2013, vol. 70, no. 1-4, pp. 79–91. DOI: [10.1007/s10846-012-9711-8](https://doi.org/10.1007/s10846-012-9711-8)
6. Yushchenko A.S., Lebedev K.R., Zabihafar S.H. The adaptive neural network control of quadrotor helicopter. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education of the Bauman MSTU], 2017, no. 7, pp. 262–277. DOI: [10.7463/0717.0001282](https://doi.org/10.7463/0717.0001282) (in Russian).
7. Belinskaya Yu.S., Chetverikov V.N. The control design for of four-rotor rotorcraft. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education of the Bauman MSTU], 2012, no. 5, pp. 157–171. DOI: [10.7463/0512.0397373](https://doi.org/10.7463/0512.0397373) (in Russian).
8. Beliavskij A.O., Tomashevich S.I. Passivity-based method for quadrotor control. *Upravlenie bol'shimi sistemami* [Large-Scale Systems Control], 2016, no. 63, pp. 155–181 (in Russian).
9. Kanatnikov A.N., Akopian K.R. The plane motion control of the quadrocopter. *Matematika i matematicheskoe modelirovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Mathematics and Mathematical Modelling of the Bauman MSTU], 2015, no. 2, pp. 23–36. DOI: [10.7463/mathm.0215.0789477](https://doi.org/10.7463/mathm.0215.0789477) (in Russian).
10. Gen K., Chulin N.A. Stabilization algorithms for automatic control of the trajectory movement of quadcopter. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education of the Bauman MSTU], 2015, no. 5, pp. 218–235. DOI: [10.7463/0515.0771076](https://doi.org/10.7463/0515.0771076) (in Russian).
11. Krishchenko A.P. Stabilization of programmed motions of nonlinear systems. *Soviet J. of Computer and Systems Sciences*, 1986, vol. 24, no. 2, pp. 65–69.
12. Krstić M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V. *Nonlinear and adaptive control design*. N.Y.: Wiley, 1995. 563 p.
13. Chovancová A., Fico T., Chovanec L., Hubinský P. Mathematical modelling and parameter identification of quadrotor (a survey). *Procedia Engineering*, 2014, vol. 96, pp. 172–181. DOI: [10.1016/j.proeng.2014.12.139](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.139)
14. Kanatnikov A.N. Modelling control of rigid body rotation. *Computational Mathematics and Modeling*, 2013, vol. 24, no. 3, pp. 404–417. DOI: [10.1007/s10598-013-9186-x](https://doi.org/10.1007/s10598-013-9186-x) (Russ.ed.: Modelirovanie protsessov upravleniia vrashcheniem tverdogo tela. *Nelinejnaiia dinamika i upravlenie* [Nonlinear dynamics and control]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2010. No. 7. Pp. 335–348).

15. Gur'ianov A.E. Modeling of control over quadrocopters. *Inzhenernyj vestnik MGTU im. N.E. Baumana* [Engineering Bulletin of the Bauman MSTU], 2014, no. 8, pp. 522–534. Available at: <http://engbul.bmstu.ru/doc/723331.html> accessed 12.06.2017 (in Russian).
16. Miroshnik I.V. *Teoriia avtomaticheskogo upravleniia. Linejnye sistemy* [Theory of automatic control. Linear systems]: a textbook. Moscow; St. Petersburg: Piter Publ., 2005. 333 p. (in Russian).
17. *Rolling Spider software package. MIT_MatlabToolbox*. Available at: <https://github.com/Parrot-Developers/RollingSpiderEdu>, accessed 12.06.2017.